Fuzzy-Nutzwertanalyse und Fuzzy-AHP

Heinrich Rommelfanger

Institut für Statistik und Mathematik
Johann Wolfgang Goethe-Universität

1 Einleitung

Die Nutzwertanalyse und der Analytic Hierarchical Process (AHP) sind bekannte, auch in der Praxis verwendete Verfahren zur Lösung von Mehrzielentscheidungen. Beide berücksichtigen die beschränkte Informationsverarbeitungskapazität bzw. die eingeschränkte Rationalität eines Entscheiders und entsprechen so dem Wunsch der Praktiker nach realistischeren und anwendbaren Entscheidungsunterstützungsmethoden. Wie empirisch nachgewiesen wurde, haben Menschen große Schwierigkeiten, Alternativen widerspruchsfrei anzuordnen, wenn mehr als zwei Ziele beachtet werden müssen, vgl. May [6, S. 9-13]. Entsprechend werden in der Nutzwertanalyse und dem AHP bei Vorliegen sehr vieler Ziele diese durch ein hierarchisch aufgebautes Zielsystem strukturiert, in dem schrittweise nur wenige, zumeist zwei oder drei Teilziele zu einem höheren Ziel aggregiert werden, vgl. Abbildung 1.

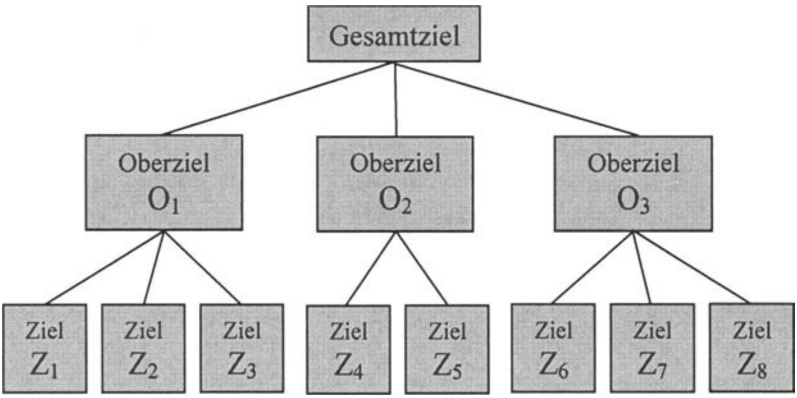

Abbildung 1: Hierarchisch aufgebautes Zielsystem

Die Aggregation der Werte erfolgt in beiden Verfahren mittels gewichteter Addition der partiellen Nutzenwerte, was eine starke Präferenzunabhängigkeit

der Ziele und vor allem kardinal skalierte Größen voraussetzt. Die Ermittlung von kardinal skalierten Nutzenwerten ist jedoch generell schwierig.

Die Bestimmung von Nutzenwerten bereitet insbesondere dann große Probleme, wenn die Bewertung der Zielkriterien ordinal skaliert oder sogar nur in linguistischer Form gegeben ist.

Zur Gewinnung der Nutzenwerte für die einzelnen Ziele auf der Basisebene der Zielhierarchie wird von Zangemeister [17] vorgeschlagen, eine Bewertungsmatrix aufzustellen, in der alle möglichen Zielerreichungsgrade in das Intervall [0 , 10] abgebildet werden. Eine derart präzise Einstufung soll durch darüber gelegte Intervallklassen, die verbal durch Benotungen von „sehr schlecht“ bis „sehr gut" erläutert sind, unterstützt werden. Fraglich bleibt, ob ein Entscheider tatsächlich in der Lage ist, auf diese Weise jeder Teilzielausprägung einen wahrheitsgetreuen eindeutigen Nutzenwert zuzuordnen. Realistischer erscheint die in Abschnitt 5 diskutierte Annahme, dass ein Mensch nur Fuzzy-Nutzenwerte über [0 , 10] angegeben kann, vgl. [8, S.90ff].

Nach Zangemeister [17] kann die Wahl der Zielgewichte vom Entscheidungsträger frei vorgenommen werden. Oft wird aber empfohlen, zur Bestimmung der Gewichte paarweise die Austauschraten zwischen den Zielen zu ermitteln, d.h. man stellt fest, um wieviel sich der Nutzenwert bezüglich eines Ziels k erhöhen muss, wenn der Nutzenwert des Ziels r um den absoluten Wert Δ reduziert wird. Die sich so ergebenden Austauschraten $a_{kr} = g_r / g_r$ sind eindeutig bestimmt, wenn die Summe der Gewichte auf 1 normiert wird.

"Widerspruchsfreie Präferenzen" liegen bei einer linearen additiven Entscheidungsregel dann vor, wenn die ermittelten Austauschraten der ***Konsistenzbedingung*** $a_{kr} \cdot a_{rs} = a_{ks}$ genügen. Sind alle Austauschraten a_{rs} positiv, so folgt aus der Konsistenzbedingung und $a_{kk} = 1$ die Formel $a_{rk} = 1 / a_{kr}$.

Um diese reziproken Paarvergleichsmatrizen aufstellen zu können, müssen sich die Austauschraten auf einer Verhältnisskala messen lassen, was in der Realität kaum gegeben ist, da Einzelwertfunktionen bestenfalls auf Intervall-Skalenniveau vorliegen. Bislang ist daher ungeklärt, unter welchen Voraussetzungen die reziproken Matrizen und die daraus abgeleiteten Gewichtsvektoren als sinnvoll konstruiert anzusehen sind.

Gemäß der Definition der Austauschraten weist eine konsistente Paarvergleichsmatrix **A** eine spezielle Form auf, bei der alle Spaltenvektoren Vielfache von einander sind und jede Spalte somit einen äquivalenten Gewichtsvektor darstellt. Durch Normierung der Summe der Gewichte auf 1 erhält man dann den normierten Gewichtsvektor, vgl. Abbildung 2.

Eine rechnerische Alternative zur Bestimmung desselben Gewichtsektors präsentiert Thomas L. Saaty [12] in seinem Analytic Hierarchy Process. Saaty nutzt die Tatsache aus, dass beim Vorliegen einer konsistenten Paarvergleichsmatrix **A** der Gewichtsvektor **g** dem Eigenvektor von **A** zum größten Eigenwert