Numeri e strutture

Numeri

Ho letto qualche tempo fa un libro di un fisiologo del cervello, che parlava dei numeri e di intelligenza matematica. Con qualche studio complicato, i fisiologi sembra che siano arrivati a stabilire che i numeri uno, due e tre (forse anche quattro) sono in qualche modo presenti nel nostro codice genetico. Non abbiamo bisogno, in altre parole, di nulla, per averne un'idea, così come al neonato nessuno deve spiegare come fare per nutrirsi del latte materno. Da lì in poi le cose si complicano: cinque, sei . . . sono numeri che dobbiamo imparare. Lo facciamo molto presto. L'idea di numero, voglio dire del numero comunemente inteso, e che noi chiamiamo *numero naturale*[48], è accettata con naturalezza dal nostro cervello. Indichiamo questo insieme con il simbolo universalmente accettato di $\mathbb{N}$. Dunque:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots, n, \ldots\}.$$

Notare che non ho messo lo zero. È lo stesso, lo posso mettere oppure no, per ora lasciamolo da parte, sullo zero sono stati scritti addirittura libri, è certamente un numero molto speciale.

Con i numeri naturali noi cominciamo a *contare*. Abbiamo già visto nel capitolo dell'infinito che cosa questo significa, noi diciamo che una squadra gioca con undici giocatori perché c'è un giocatore

[48] La terminologia in questo campo è quasi una poesia. Vi prego di prendere nota di tutti i nomi introdotti in questo capitolo.

con il numero uno, poi uno con il numero due, ecc., fino all'ala sinistra che ha il numero undici[49]. Questo, appunto, significa contare. Poi, impariamo anche a fare un'operazione con i numeri naturali, che chiamiamo *somma*. Non solo, piano piano impariamo, perché qualcuno ce lo racconta, o semplicemente perché lo sperimentiamo, che questa operazione ha certe proprietà: ad esempio, se si chiede ad un gruppo di persone di calcolare $15 + 19 + 5$, quelli che rispondono subito probabilmente hanno sommato prima 15 e 5, poi hanno aggiunto 19. Cosa più semplice che sommare 15 e 19, poi il risultato con 5. Ancora, chi somma 15 con 19 è molto probabile che sommi in realtà 15 e 20 e poi tolga 1. Ho così introdotto un nuovo concetto, che è quello di *differenza*: 19 è $20 - 1$. A scuola, i bambini passano un periodo abbastanza lungo eseguendo le differenze fra numeri che vengono loro proposte, ma c'è sempre qualcuno più sveglio che si pone il problema di fare $5 - 10$; in genere, la risposta che ottiene non è soddisfacente: "non si può fare" o anche "per adesso non si può fare".

Non c'è dubbio che ci vuole una certa evoluzione del ragionamento, ma che allo stesso tempo l'idea di numero *negativo* appare come un'*invenzione* necessaria. Forse è l'esempio più scontato, ma quando guardiamo il resoconto del nostro conto corrente bancario, c'è di solito una colonna con dei $+$ e un'altra (spesso più consistente) con dei $-$. La somma finale, il cosiddetto saldo, poi può essere un numero negativo...

Dunque è opportuno allargare l'insieme $\mathbb{N}$ dei numeri naturali, per introdurre anche i numeri negativi. Otteniamo così un nuovo insieme, che chiamiamo $\mathbb{Z}$:

$$\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, , -3, \dots, n, -n, \dots\}.$$

Adesso abbiamo incluso anche lo zero...

Osserviamo che i numeri che indichiamo con n erano i vecchi numeri naturali, che ora chiamiamo anche positivi, mentre quelli che indico con $-n$ sono i nuovi numeri negativi. Attenzione però che se scrivo che x è un generico elemento di $\mathbb{Z}$, allora potrebbe essere negativo: questa cosa semplice semplice è purtroppo fonte di errori molto frequenti.

[49] Sto evidentemente parlando del calcio dei tempi di Niccolò Carosio.