

DIE NATURWISSENSCHAFTEN

23. Jahrgang

29. November 1935

Heft 48

Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik.

Von E. SCHRÖDINGER, Oxford.

Inhaltsübersicht.

- § 1. Die Physik der Modelle.
- § 2. Die Statistik der Modellvariablen in der Quantenmechanik.
- § 3. Beispiele für Wahrscheinlichkeitsvoraussagen.
- § 4. Kann man der Theorie ideale Gesamtheiten unterlegen?
- § 5. Sind die Variablen wirklich verwaschen?
- § 6. Der bewußte Wechsel des erkenntnistheoretischen Standpunktes.
- § 7. Die ψ -Funktion als Katalog der Erwartung.
- § 8. Theorie des Messens, erster Teil.
- § 9. Die ψ -Funktion als Beschreibung des Zustandes.
- § 10. Theorie des Messens, zweiter Teil.
- § 11. Die Aufhebung der Verschränkung. Das Ergebnis abhängig vom Willen des Experimentators.
- § 12. Ein Beispiel.
- § 13. Fortsetzung des Beispiels: alle möglichen Messungen sind eindeutig verschränkt.
- § 14. Die Änderung der Verschränkung mit der Zeit. Bedenken gegen die Sonderstellung der Zeit.
- § 15. Naturprinzip oder Rechenkunstgriff?

§ 1. Die Physik der Modelle.

In der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts war aus den großen Erfolgen der kinetischen Gastheorie und der mechanischen Theorie der Wärme ein Ideal der exakten Naturbeschreibung hervorgewachsen, das als Krönung jahrhundertelangen Forschens und Erfüllung jahrtausendealter Hoffnung einen Höhepunkt bildet und das klassische heißt. Dieses sind seine Züge.

Von den Naturobjekten, deren beobachtetes Verhalten man erfassen möchte, bildet man, gestützt auf die experimentellen Daten, die man besitzt, aber ohne der intuitiven Imagination zu wehren, eine Vorstellung, die in allen Details genau ausgearbeitet ist, *viel* genauer als irgendwelche Erfahrung in Ansehung ihres begrenzten Umfangs je verbürgen kann. Die Vorstellung in ihrer absoluten Bestimmtheit gleicht einem mathematischen Gebilde oder einer geometrischen Figur, welche aus einer Anzahl von *Bestimmungsstücken* ganz und gar berechnet werden kann; wie z. B. an einem Dreieck eine Seite und die zwei ihr anliegenden Winkel, als Bestimmungsstücke, den dritten Winkel, die anderen zwei Seiten, die drei Höhen, den Radius des eingeschriebenen Kreises usw. mit bestimmen. Von einer geometrischen Figur unterscheidet sich die Vorstellung ihrem Wesen nach bloß durch den wichtigen Umstand, daß sie auch noch in der *Zeit* als vierter Dimension ebenso klar bestimmt ist wie jene in den drei Dimensionen des Raumes. Das heißt es handelt sich (was ja selbstverständlich ist) stets um ein

Gebilde, das sich mit der Zeit verändert, das verschiedene *Zustände* annehmen kann; und wenn ein Zustand durch die nötige Zahl von Bestimmungsstücken bekannt gemacht ist, so sind nicht nur alle anderen Stücke in diesem Augenblick mit gegeben (wie oben am Dreieck erläutert), sondern ganz ebenso alle Stücke, der genaue Zustand, zu jeder bestimmten späteren Zeit; ähnlich wie die Beschaffenheit eines Dreiecks an der Basis seine Beschaffenheit an der Spitze bestimmt. Es gehört mit zum inneren Gesetz des Gebildes, sich in bestimmter Weise zu verändern, das heißt, wenn es in einem bestimmten Anfangszustand sich selbst überlassen wird, eine bestimmte Folge von Zuständen kontinuierlich zu durchlaufen, deren jedes es zu ganz bestimmter Zeit erreicht. Das ist seine Natur, das ist die Hypothese, die man, wie ich oben sagte, auf Grund intuitiver Imagination setzt.

Natürlich ist man nicht so einfältig zu denken, daß solchermaßen zu erraten sei, wie es auf der Welt wirklich zugeht. Um anzudeuten, daß man das nicht denkt, nennt man den präzisen Denkbehelf, den man sich geschaffen hat, gern ein *Bild* oder ein *Modell*. Mit seiner nachsichtslosen Klarheit, die ohne Willkür nicht herbeizuführen ist, hat man es lediglich darauf abgesehen, daß eine ganz bestimmte Hypothese in ihren Folgen geprüft werden kann, ohne neuer Willkür Raum zu geben während der langwierigen Rechnungen, durch die man Folgerungen ableitet. Da hat man gebundene Marschroute und errechnet eigentlich nur, was ein kluger Hans aus den Daten direkt herauslesen würde! Man weiß dann wenigstens, wo die Willkür steckt und wo man zu bessern hat, wenn's mit der Erfahrung nicht stimmt: in der Ausgangshypothese, im Modell. Dazu muß man stets bereit sein. Wenn bei vielen verschiedenartigen Experimenten das Naturobjekt sich wirklich so benimmt wie das Modell, so freut man sich und denkt, daß unser Bild in den wesentlichen Zügen der Wirklichkeit gemäß ist. Stimmt es bei einem neuartigen Experiment oder bei Verfeinerung der Meßtechnik nicht mehr, so ist nicht gesagt, daß man sich *nicht* freut. Denn im Grunde ist das die Art, wie allmählich eine immer bessere Anpassung des Bildes, das heißt unserer Gedanken, an die Tatsachen gelingen kann.

Die klassische Methode des präzisen Modells hat den Hauptzweck, die unvermeidliche Willkür in den Annahmen sauber isoliert zu halten, ich möchte fast sagen wie der Körper das Keimplasma, für den historischen Anpassungsprozeß an die fortschreitende Erfahrung. Vielleicht liegt der

Methode der Glaube zugrunde, daß *irgendwie* der Anfangszustand den Ablauf *wirklich* eindeutig bestimmt, oder daß ein *vollkommenes* Modell, welches mit der Wirklichkeit *ganz genau* übereinstimmt, den Ausgang aller Experimente ganz genau vorausberechnen lassen würde. Vielleicht auch gründet sich umgekehrt dieser Glaube auf die Methode. Es ist aber ziemlich wahrscheinlich, daß die Anpassung des Denkens an die Erfahrung ein *infiniter* Prozeß ist und daß „vollkommenes Modell“ einen Widerspruch im Beiwort enthält, etwa wie „größte ganze Zahl“.

Eine klare Vorstellung davon, was unter einem klassischen *Modell*, seinen *Bestimmungsstücken*, seinem *Zustand* gemeint sei, ist die Grundlage für alles Folgende. Vor allem darf ein *bestimmtes Modell* und ein *bestimmter Zustand desselben* nicht vermengt werden. Am besten wird ein Beispiel dienen. Das RUTHERFORDSche Modell des Wasserstoffatoms besteht aus zwei Massenpunkten. Als Bestimmungsstücke kann man beispielsweise die zwei mal drei rechtwinkligen Koordinaten der zwei Punkte und die zweimal drei Komponenten ihrer Geschwindigkeiten in Richtung der Koordinatenachsen verwenden — also zwölf im ganzen. Statt dessen könnte man auch wählen: die Koordinaten und Geschwindigkeitskomponenten des *Schwerpunktes*, dazu die *Entfernung* der zwei Punkte, *zwei Winkel*, welche die Richtung ihrer Verbindungslinie im Raum festlegen, und die *Geschwindigkeiten* (= Differentialquotienten nach der Zeit), mit welchen die Entfernung und die zwei Winkel sich in dem betreffenden Augenblick verändern; das sind natürlich wieder zwölf. Es gehört *nicht* mit zum Begriff „R.sches Modell des H-Atoms“, daß die Bestimmungsstücke bestimmte Zahlwerte haben sollen. Indem man ihnen solche zuschreibt, gelangt man zu einem *bestimmten Zustand* des Modells. Die klare Übersicht über die Gesamtheit der möglichen Zustände — noch ohne Beziehung zueinander — bildet „das Modell“ oder „das Modell in *irgendeinem* Zustand“. Aber zum Begriff des Modells gehört dann noch mehr als bloß: die zwei Punkte in beliebiger Lage und mit beliebigen Geschwindigkeiten begabt. Es gehört dazu noch, daß für *jeden* Zustand bekannt ist, wie er sich mit der Zeit verändern wird, solange kein äußerer Eingriff stattfindet. (Für die eine Hälfte der Bestimmungsstücke gibt zwar die andere darüber Auskunft, aber für die andere muß es erst gesagt werden.) *Diese* Kenntnis ist latent in den Aussagen: die Punkte haben die Massen m bzw. M und die Ladungen $-e$ bzw. $+e$ und ziehen sich daher mit der Kraft e^2/r^2 an, wenn ihre Entfernung r ist.

Diese Angaben, mit bestimmten Zahlwerten für m , M und e (aber natürlich *nicht* für r), gehören mit zur Beschreibung des *Modells* (nicht erst zu der eines bestimmten Zustands). m , M und e heißen *nicht* Bestimmungsstücke. Dagegen ist die Entfernung r eines. In dem zweiten „Satz“, den

wir oben beispielsweise angeführt hatten, kommt sie als siebentes vor. Auch wenn man den ersten verwendet, ist r kein unabhängiges dreizehntes, es läßt sich ja aus den 6 rechtwinkligen Koordinaten ausrechnen:

$$r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}.$$

Die Zahl der Bestimmungsstücke (die oft auch *Variable* genannt werden im Gegensatz zu den *Modellkonstanten* wie m , M , e) ist unbegrenzt. Zwölf passend ausgewählte bestimmen alle übrigen oder den *Zustand*. Keine zwölf haben das Privileg, die Bestimmungsstücke zu sein. Beispiele anderer, besonders wichtiger Bestimmungsstücke sind: die Energie, die drei Komponenten des Impulsmomentes bezüglich des Schwerpunktes, die kinetische Energie der Schwerpunktsbewegung. Die eben genannten haben noch eine besondere Eigenart. Sie sind zwar *Variable*, d. h. sie haben in verschiedenen Zuständen verschiedene Werte. Aber in jeder *Reihe* von Zuständen, die im Laufe der Zeit wirklich durchlaufen wird, behalten sie denselben Wert bei. Sie heißen darum auch *Konstante der Bewegung* — im Unterschied von den Modellkonstanten.

§ 2. Die Statistik der Modellvariablen in der Quantenmechanik.

Im Angelpunkt der heutigen Quantenmechanik (Q.M.) steht eine Lehrmeinung, die vielleicht noch manche Umdeutung erfahren, aber, wie ich fest überzeugt bin, nicht aufhören wird, den Angelpunkt zu bilden. Sie besteht darin, daß Modelle mit Bestimmungsstücken, die einander, so wie die klassischen, eindeutig determinieren, der Natur nicht gerecht werden können.

Man würde denken, daß für den, der das glaubt, die klassischen Modelle ihre Rolle ausgespielt haben. Aber so ist es nicht. Vielmehr verwendet man gerade *sie*, nicht nur um das Negative der neuen Lehrmeinung auszudrücken; sondern auch die herabgeminderte gegenseitige Determinierung, die danach noch übrigbleibt, wird so beschrieben, als bestehe sie zwischen denselben Variablen derselben Modelle, die früher benützt wurden. Folgendermaßen.

A. Der klassische Begriff des *Zustandes* geht verloren, indem sich höchstens einer wohlausgewählten *Hälfte* eines vollständigen Satzes von Variablen bestimmte Zahlwerte zuweisen lassen; beim RUTHERFORDSchen Modell beispielsweise den 6 rechtwinkligen Koordinaten *oder* den Geschwindigkeitskomponenten (es sind noch andere Gruppierungen möglich). Die andere Hälfte bleibt dann völlig unbestimmt, während überzählige Stücke die verschiedensten Grade von Unbestimmtheit aufweisen können. Im allgemeinen werden in einem vollständigen Satz (beim R.schen Modell zwölf Stücke) *alle* nur unscharf bekannt sein. Über den Grad der Unschärfe läßt sich am besten Auskunft geben, wenn man, der klassischen Mechanik folgend, bei der Auswahl der Variablen dafür